KruegerAlgorithms

Grundlagen · Marktmechanik von Grund auf

Hedging im Underlying: warum Optionshändler mit Long Gamma gegen die Bewegung handeln und mit Short Gamma mit ihr

Kapitel 8 von 10

Ein Optionshändler sichert sein Buch mit Futures ab und muss diese Absicherung nach jeder Kursbewegung nachziehen. Mit Long Gamma verkauft er dabei in steigende und kauft in fallende Kurse, mit Short Gamma ist es umgekehrt. Hergeleitet wird, warum das Tagesergebnis eines abgesicherten Buchs ½ · Gamma · Bewegung² minus Zeitwertverlust ist, durchgerechnet an 100 Calls auf den S&P 500.

Feld	Wert
Reihe	Futures, Optionen und wer den Preis macht
Umfang	Kapitel 8 von 10
Art	Erklärung mit durchgerechneten Beispielen, keine Messung
Stand	11. November 2026
Autor	Timon Krüger
Online	kruegeralgorithms.com/de/research/delta-hedging-gamma-pnl-dealer-flows

Inhalt

1. Was ein Händler will: den Spread, nicht die Richtung 2
2. Der Delta-Hedge, Schritt für Schritt 2
3. Der Kurs bewegt sich: Der Hedge passt nicht mehr 3
4. Was die Bewegung einbringt: ½ · Gamma · Bewegung² 3
5. Was das Warten kostet: Theta 4
6. Fünf Tage durchgerechnet 5
7. Die Gegenseite: Short Gamma 6
8. Vom einzelnen Buch zum Markt 7

Häufiger Irrtum 7

Was du jetzt verstehen solltest 7

Grenzen dieser Darstellung 8

In einem Satz: Wer eine Option hält und ihr Kursrisiko mit Futures ausgleicht, muss nach jeder Bewegung nachhandeln, und ob er dabei gegen die Bewegung handelt oder mit ihr, hängt allein am Vorzeichen seines Gammas.

Was dieses Kapitel ist: eine Erklärung mit durchgerechnetem Beispiel, keine Messung. Alle Zahlen sind gerechnet (Black-Scholes, Zins und Dividende null), nicht am Markt beobachtet. Was sich von dieser Mechanik in echten Kursen wiederfindet, steht in Kapitel 10. **Keine Handelsempfehlung.**

Dieses Kapitel braucht drei Größen aus Kapitel 7. **Delta** sagt, um wie viele Punkte sich der Optionspreis ändert, wenn der Index um einen Punkt steigt. **Gamma** sagt, um wie viel sich das Delta dabei ändert. **Theta** sagt, wie viel die Option an einem Tag verliert, wenn sonst nichts passiert.

1. Was ein Händler will: den Spread, nicht die Richtung

Ein Optionshändler (Dealer, Market Maker) stellt Kauf- und Verkaufskurse und verdient an der Spanne dazwischen. Eine Meinung zur Marktrichtung gehört nicht zu seinem Geschäft. Jede Option, die ein Kunde bei ihm kauft oder verkauft, bringt ihm aber genau so eine Richtung ins Buch. Er wird sie los, indem er im Underlying die Gegenposition aufbaut. Underlying heißt hier: das, worauf die Option läuft, in der Praxis der Future auf den Index.

Das Beispiel für dieses Kapitel:

Größe	Wert
S&P 500	7.000 Punkte
Basispreis des Calls	7.000 Punkte
Restlaufzeit	30 Tage
Implizite Vola	16 %
Preis des Calls	128,09 Punkte
Preis je Kontrakt (1 Punkt = 100 USD)	12.809 USD
Delta	0,509
Gamma je Punkt	0,00124
Theta je Kalendertag	−2,13 Punkte

Ein Kunde verkauft dem Händler 100 dieser Calls, zum Beispiel ein Fonds, der auf seinen Aktienbestand Calls schreibt. Der Händler ist jetzt 100 Calls long.

2. Der Delta-Hedge, Schritt für Schritt

Schritt 1: Wie stark hängt das Buch am Index? Ein Call gewinnt 0,509 Punkte, wenn der Index einen Punkt steigt. Ein Punkt sind 100 USD, es sind 100 Kontrakte:

$$\begin{aligned}\text{Buch-Delta} &= 0{,}509 \times 100 \times 100 \text{ USD} \\ &= 5.091 \text{ USD je Indexpunkt}\end{aligned}$$

Schritt 2: Womit gleicht er das aus? Mit dem E-mini-Future auf den S&P 500. Ein Future bewegt sich um 50 USD je Indexpunkt.

$$\text{Futures} = \frac{5.091}{50} = 101{,}8 \approx 102 \text{ Stück, verkauft}$$

Schritt 3: Die Probe. Steigt der Index um einen Punkt, gewinnen die Calls 5.091 USD und die 102 verkauften Futures verlieren 5.100 USD. Die Summe ist praktisch null. Das Buch ist delta-neutral: Kleine Bewegungen ändern seinen Wert nicht mehr.

Abgesichert sind damit 5.091 USD je Punkt mal 7.000 Punkte, also rund 35,6 Mio. USD Indexgegenwert, für Optionen, die zusammen 1,28 Mio. USD kosten.

3. Der Kurs bewegt sich: Der Hedge passt nicht mehr

Der Hedge stimmt nur für den Kurs, an dem er gerechnet wurde. Steigt der Index um 1 % auf 7.070, steigt das Delta des Calls. Um wie viel, sagt das Gamma:

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{neu}} &\approx \Delta + \Gamma \cdot dS \\ &= 0{,}509 + 0{,}00124 \times 70 = 0{,}596 \end{aligned}$$

Die exakte Neubewertung ergibt 0,595. Das Buch-Delta liegt jetzt bei 5.948 USD je Punkt, nötig sind 119 verkaufte Futures. Der Händler hat 102. Er muss **17 Futures verkaufen, nachdem der Kurs gestiegen ist.**

Fällt der Index danach auf 7.000 zurück, fällt das Delta wieder auf 0,509. Der Händler braucht nur noch 102 Futures und **kauft die 17 zurück, nachdem der Kurs gefallen ist.** Verkauft bei 7.070, zurückgekauft bei 7.000:

$$17 \times 50 \text{ USD} \times 70 \text{ Punkte} = 59.500 \text{ USD}$$

Das ist kein Handelsgeschick. Der Händler hat nur seine Absicherung nachgezogen. Der Gewinn fällt ab, weil sein Delta mit dem Kurs mitläuft: Er ist nach einem Anstieg zu stark long und muss verkaufen, nach einem Rückgang zu schwach und muss kaufen. Teuer verkaufen und billig zurückkaufen ist bei Long Gamma eingebaut.

4. Was die Bewegung einbringt: ½ · Gamma · Bewegung²

Wie groß ist dieser Gewinn allgemein? Bewegt sich der Index um dS Punkte, läuft das Delta gleichmäßig von Δ auf $\Delta + \Gamma \cdot dS$. Im Mittel der Strecke war es also

$$\bar{\Delta} = \Delta + \tfrac{1}{2}\,\Gamma \cdot dS$$

Die Option ändert ihren Wert um mittleres Delta mal Strecke:

$$dV \approx \bar{\Delta} \cdot dS = \Delta \cdot dS + \tfrac{1}{2}\,\Gamma \cdot dS^2$$

Der Hedge aus verkauften Futures bringt $-\Delta \cdot dS$. Der erste Teil hebt sich auf. Übrig bleibt:

$$\text{Gamma-Gewinn} = \tfrac{1}{2}\,\Gamma \cdot dS^2$$

Zwei Dinge stehen in dieser Formel. Die Bewegung geht im Quadrat ein: Ob der Index 70 Punkte steigt oder fällt, ist gleich, und eine doppelt so große Bewegung bringt das Vierfache. Und das Vorzeichen kommt allein vom Gamma.

Für das Beispiel:

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{2} \times 0{,}00124 \times 70^2 &= 3{,}04 \text{ Punkte} \\ &= 304 \text{ USD je Kontrakt} \\ &= 30.432 \text{ USD für 100 Kontrakte} \end{aligned}$$

Die exakte Neubewertung ergibt 30.163 USD. Der Unterschied ist der Fehler der Näherung, weil sich auch das Gamma unterwegs leicht ändert. Hin und zurück sind es zweimal rund 30.400 USD. Das passt zu den 59.500 USD aus Abschnitt 3, die mit ganzen Futures gerechnet sind.

5. Was das Warten kostet: Theta

Wäre das alles, wäre eine abgesicherte Option ein Automat: Jede Bewegung bringt Geld, egal wohin. So einen Automaten gibt es nicht umsonst. Der Preis dafür ist der Zeitwertverlust. Bleibt der Index einen Tag bei 7.000 stehen, verliert jeder Call 2,13 Punkte, das Buch rund 21.300 USD. Exakt neu bewertet sind es 21.525 USD, weil Theta im Lauf des Tages leicht zunimmt.

Wie hoch dieser Verlust sein muss, lässt sich herleiten. Die implizite Vola von 16 % ist die Schwankung, die im Optionspreis steckt. Sie sagt, wie groß die quadrierte Bewegung in einem kurzen Zeitraum dt (in Jahren) im Mittel ist:

$$\mathbb{E}\left[dS^2\right] = \sigma^2 S^2 \, dt$$

Ein fairer Preis verlangt, dass ein abgesichertes Buch im Mittel nichts verdient, wenn der Markt genau so stark schwankt wie eingepreist. Der mittlere Gamma-Gewinn und der Zeitwertverlust müssen sich also aufheben:

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{2}\,\Gamma\,\sigma^2 S^2\,dt + \Theta\,dt &= 0 \\ \Theta &= -\tfrac{1}{2}\,\sigma^2 S^2\,\Gamma \end{aligned}$$

Das ist die Beziehung zwischen Gamma und Theta. Wer Gamma hält, zahlt dafür Theta, und zwar umso mehr, je höher die implizite Vola ist. Die Probe mit den Beispielzahlen:

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{2} \times 0{,}16^2 \times 7.000^2 \times 0{,}00124 &= 779 \text{ Punkte je Jahr} \\ &= 2{,}13 \text{ Punkte je Tag} \end{aligned}$$

Beides zusammen ergibt das Tagesergebnis eines abgesicherten Buchs:

$$\text{Ergebnis} \approx \tfrac{1}{2}\,\Gamma\left(dS^2 - \sigma^2 S^2\,dt\right)$$

In der Klammer steht ein Vergleich: die Bewegung, die tatsächlich kam, gegen die Bewegung, die im Preis steckte. Ein abgesichertes Optionsbuch ist deshalb keine Wette auf die Richtung. Es ist eine Wette darauf, ob der Markt stärker oder schwächer schwankt als eingepreist, also realisierte gegen implizite Vola.

Die Gewinnschwelle liegt dort, wo die Klammer null ist:

$$\begin{aligned} |dS| = \sigma\,S\,\sqrt{dt} &= 0{,}16 \times 7.000 \times \sqrt{1/365} \\ &= 58{,}6 \text{ Punkte} = 0{,}84\ \% \end{aligned}$$

Bewegt sich der Index an einem Tag um mehr als 0,84 %, verdient das Long-Gamma-Buch, darunter verliert es. Gerechnet ist hier in Kalendertagen, weil die Restlaufzeit in Kalendertagen angegeben ist. Rechnet man in Handelstagen (252 je Jahr), liegt die Schwelle bei 70,6 Punkten oder 1,01 %. Das ist dieselbe Rechnung mit

anderem Kalender und genau die Größe, die als Expected Move bekannt ist.

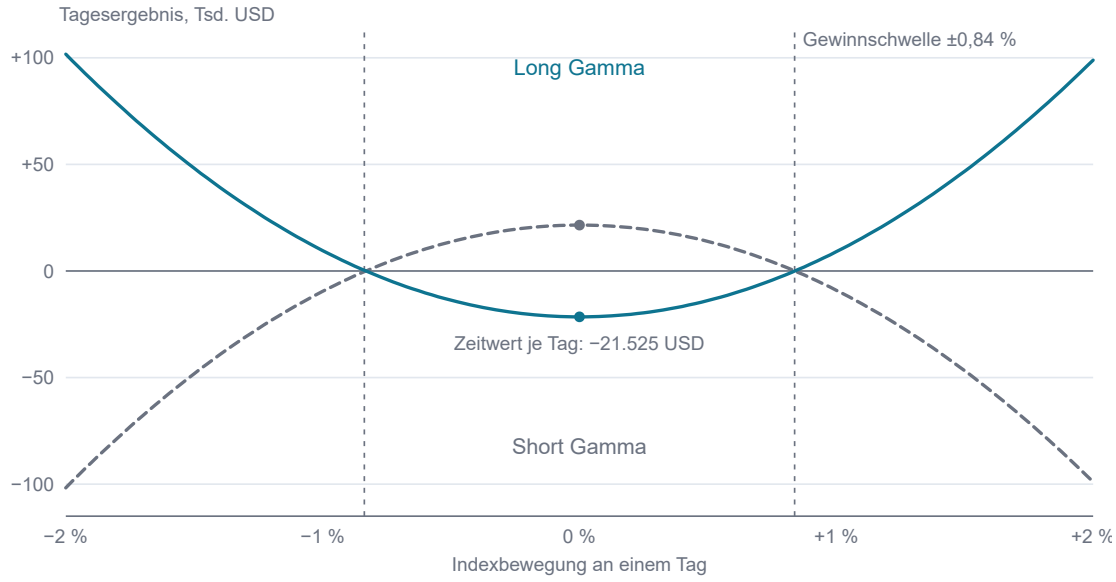


Abb. 1: Tagesergebnis des abgesicherten Buchs aus 100 Calls je nach Indexbewegung, exakt neu bewertet. Durchgezogen: Der Händler hält die Optionen (Long Gamma). Gestrichelt: Er hat sie verkauft (Short Gamma). Ohne Bewegung kostet oder bringt der Tag rund 21.500 USD, die Kurven kreuzen die Nulllinie bei ±0,84 %.

6. Fünf Tage durchgerechnet

Der Händler sichert einmal täglich zum Schlusskurs ab, mit ganzen Futures. Die Option wird jeden Tag exakt neu bewertet.

Tag	Index	Bewegung	Delta	Futures verkauft	Handel	Optionen, USD	Futures, USD	Summe, USD
0	7.000		0,509	102	verkauft 102	0	0	0
1	7.070	+1,00 %	0,596	119	verkauft 17	+365.446	−357.000	+8.446
2	7.010	−0,85 %	0,522	104	kauft 15	+8.102	0	+8.102
3	6.930	−1,14 %	0,417	83	kauft 21	−389.697	+416.000	+26.303
4	6.990	+0,87 %	0,495	99	verkauft 16	−138.615	+167.000	+28.385
5	7.000	+0,14 %	0,508	102	verkauft 3	−111.584	+117.500	+5.916

Die Spalten „Optionen“ und „Futures“ zeigen das aufgelaufene Ergebnis seit Tag 0.

Drei Dinge lassen sich ablesen.

Jeder Handel läuft gegen die letzte Bewegung. Nach jedem Anstieg wird verkauft, nach jedem Rückgang gekauft. Der Händler entscheidet das nicht, sein Delta zwingt ihn dazu.

Große Tage verdienen, kleine kosten. Tag 3 mit −1,14 % bringt rund 18.200 USD, Tag 2 mit −0,85 % liegt fast genau auf der Schwelle und bringt nichts, Tag 5 mit +0,14 % kostet rund 22.500 USD.

Am Ende steht fast null. Der Index steht nach fünf Tagen wieder bei 7.000, die Optionen haben 111.584 USD an Zeitwert verloren, die Futures haben 117.500 USD verdient. Übrig bleiben 5.916 USD. Das ist kein Zufall: Die fünf Tage schwankten aufs Jahr gerechnet mit 16,6 %, eingepreist waren 16 %. Realisierte und implizite Vola lagen fast gleich, also verdient das Buch fast nichts.

Die Gegenprobe ist eine ruhige Woche mit den Schlusskursen 7.015, 7.005, 6.990, 7.000 und 7.000. Aufs Jahr gerechnet sind das 3,1 % Schwankung. Dasselbe Buch verliert dann 107.334 USD, fast genau fünfmal den täglichen Zeitwert.

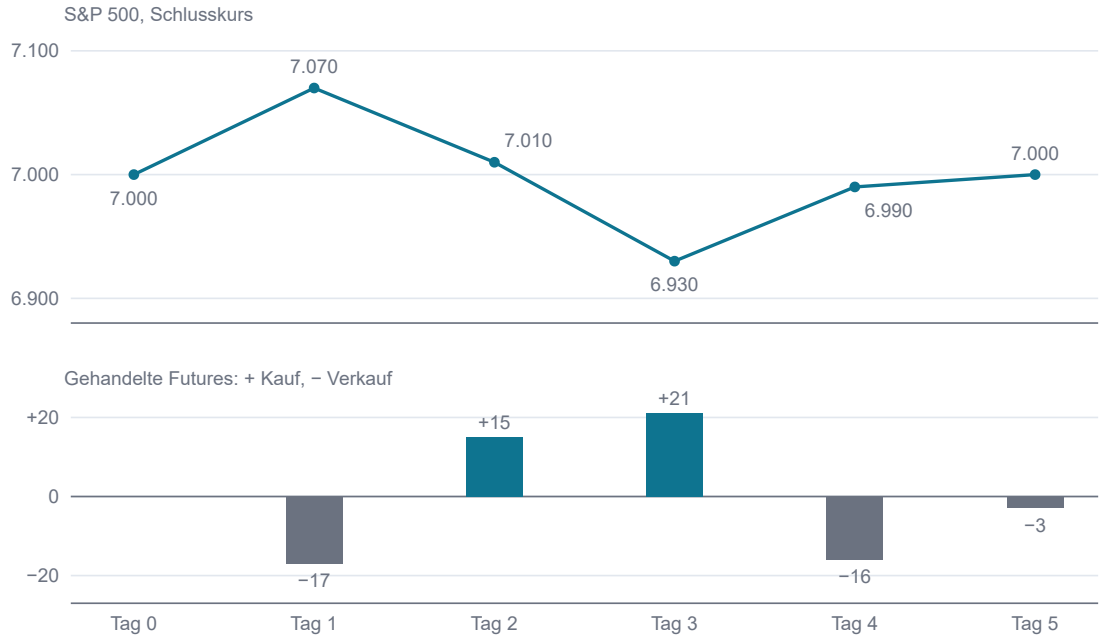


Abb. 2: Oben der Indexverlauf aus der Tabelle, unten die Futures, die der Händler zum Schlusskurs handelt. Jeder Balken zeigt in die Gegenrichtung der Tagesbewegung.

7. Die Gegenseite: Short Gamma

Jetzt kauft ein Kunde beim Händler 100 Puts mit demselben Basispreis und derselben Laufzeit, zum Beispiel als Absicherung seines Depots. Der Händler hat die Puts verkauft und ist short. Gamma und Theta dieser Puts sind so groß wie beim Call, nur trägt der Händler sie mit umgekehrtem Vorzeichen.

Ein Put hat hier ein Delta von −0,491. Verkaufte Puts haben das umgekehrte Vorzeichen: Das Buch gewinnt 4.909 USD je Indexpunkt nach oben. Der Händler verkauft dagegen 98 Futures.

Fällt der Index um 1 % auf 6.930, liegt das Put-Delta bei −0,578. Das Buch hängt jetzt mit 5.778 USD je Punkt am Index, nötig sind 116 verkaufte Futures. Der Händler muss **18 Futures verkaufen, nachdem der Kurs gefallen ist.** Steigt der Index wieder, muss er sie teurer zurückkaufen.

Alles aus den Abschnitten 3 bis 6 gilt spiegelverkehrt:

	Long Gamma	**Short Gamma**
Der Händler hat die Optionen	gekauft	verkauft
Nach einem Anstieg	verkauft er Futures	kauft er Futures
Nach einem Rückgang	kauft er Futures	verkauft er Futures
Wirkung auf den Kurs	dämpfend	verstärkend
Bewegung um 1 %	+30.400 USD	−30.400 USD
Tag ohne Bewegung	−21.300 USD	+21.300 USD
Verdient, wenn die realisierte Vola	über der impliziten liegt	unter der impliziten liegt

Die Beträge gelten für das Beispielbuch aus 100 Kontrakten und sind gerundet. Ob es um Calls oder Puts geht, spielt für diese Tabelle keine Rolle. Entscheidend ist nur, ob der Händler die Optionen hält oder verkauft hat.

8. Vom einzelnen Buch zum Markt

Wie viel muss ein Händler nach einer Bewegung von 1 % handeln? Die Bewegung in Punkten ist $0{,}01 \cdot S$. Das Delta ändert sich um $\Gamma \cdot 0{,}01 \cdot S$ je Option. In USD Indexgegenwert, mit N Kontrakten und dem Multiplikator m:

$$\text{Hedge-Fluss je } 1\,\% = \Gamma \cdot S^2 \cdot 0{,}01 \cdot N \cdot m$$

Für das Beispiel:

$$0{,}00124 \times 7.000^2 \times 0{,}01 \times 100 \times 100 = 6{,}09 \text{ Mio. USD}$$
$$\approx 17 \text{ Futures}$$

Das sind die 17 Futures aus Abschnitt 3: 6,09 Mio. USD geteilt durch den Gegenwert eines Futures von 350.000 USD (50 USD mal 7.000 Punkte). Summiert man diese Größe über alle Basispreise und Verfälle, in denen Händler Positionen halten, erhält man das Gamma Exposure, kurz GEX. Kapitel 9 leitet es her und zeigt, an welchen Annahmen es hängt. Die wichtigste vorweg: Die Formel braucht das Vorzeichen der Händlerposition, und genau das ist öffentlich nicht bekannt.

Die Mechanik sagt voraus, dass ein Markt, in dem Händler insgesamt Short Gamma sind, breitere Tage hat. Das lässt sich messen. Auf einer frei veröffentlichten Gamma-Reihe für den S&P 500 war die Spanne der nächsten US-Sitzung im unteren Gamma-Drittel um 0,25 typische Tagesspannen größer als im oberen (t 6,5), im einmaligen Holdout um 0,20 (t 3,2). Eine Richtung ließ sich daraus nicht ableiten (zur Studie).

Häufiger Irrtum

Häufiger Irrtum: „Short Gamma heißt, der Markt fällt.“ Gamma hat keine Richtung. Ein Händler mit Short Gamma verkauft in fallende Kurse und kauft in steigende. Er verstärkt die Bewegung, die ohnehin läuft, nach unten wie nach oben. Short Gamma ist eine Aussage über die Breite eines Tages, nicht über sein Vorzeichen.

Ein zweiter Irrtum folgt aus derselben Verwechslung: dass Händler ein Kursniveau „verteidigen“. Der Hedge ist eine Reaktion auf eine Bewegung, die schon stattgefunden hat. Niemand entscheidet dabei, wo der Kurs stehen soll.

Was du jetzt verstehen solltest

- Ein Delta-Hedge macht ein Optionsbuch nur für kleine Bewegungen neutral. Nach jeder größeren Bewegung muss er nachgezogen werden, und die nötige Menge bestimmt das Gamma.
- Wer Optionen hält (Long Gamma), verkauft nach Anstiegen und kauft nach Rückgängen. Wer sie verkauft hat (Short Gamma), macht das Gegenteil.
- Eine Bewegung um dS bringt dem Long-Gamma-Buch $\frac{1}{2}\,\Gamma\,dS^2$, unabhängig von der Richtung. Dagegen steht der tägliche Zeitwertverlust Theta.

- Gamma und Theta gehören zusammen: $\Theta = -\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \Gamma$. Die Gewinnschwelle eines Tages ist die eingepreiste Tagesbewegung $\sigma S\sqrt{dt}$.
- Ein abgesichertes Optionsbuch verdient oder verliert an der Differenz aus realisierter und impliziter Vola, nicht an der Marktrichtung.

Grenzen dieser Darstellung

- **Modell.** Gerechnet ist mit Black-Scholes bei konstanter Vola, ohne Zins und Dividende. In echten Märkten ändert sich die implizite Vola mit dem Kurs, und damit auch das Delta. Diese Wirkung (Vanna) und die der vergehenden Zeit auf das Delta (Charm) behandelt Kapitel 7.
- **Absicherung.** Der Händler im Beispiel sichert einmal täglich ab und zahlt keine Kosten. Echte Händler sichern ihr gesamtes Buch netto ab, nicht jede Option einzeln, oft erst ab einer Abweichung und häufig mit anderen Optionen statt mit Futures. Der Fluss im Underlying ist deshalb kleiner und unregelmäßiger als die Formel.
- **Näherung.** $\frac{1}{2}\Gamma\, dS^2$ gilt für kleine Bewegungen. Bei 1 % weicht sie im Beispiel um knapp 1 % vom exakten Wert ab, bei großen Sprüngen oder kurz vor dem Verfall deutlich mehr.
- **Nicht gezeigt:** wer am Markt tatsächlich welche Seite hält. Das Beispiel setzt die Position des Händlers als bekannt voraus. In der Wirklichkeit ist sie eine Schätzung (Kapitel 9).

Weiter mit Kapitel 9: wie diese Rechnung für den ganzen Markt aussieht und worauf Open Interest, GEX, Gamma-Flip und Walls beruhen.

Erklärung von Marktmechanik an Rechenbeispielen. Keine Anlageberatung, keine Handelsempfehlung. Der Handel mit Futures und Optionen birgt Verlustrisiken bis hin zum Totalverlust und darüber hinaus.